La matriz de transmisión ABCD

Cuando un número de circuitos de microondas se conectan en cascada es más conveniente representar cada unión o circuito por una matriz de transmisión que da las características de salida en términos de las de la entrada. Con tal representación, la matriz que describe la cascada completa se puede obtener simplemente por la multiplicación de las matrices que describan cada juntura. Los variables independientes se pueden escoger como los voltajes o corrientes de entrada, V_n, I_n, las amplitudes de las ondas incidentes y reflejadas en la entrada, V_n^+, V_n^-, o cualquier otra entidad independiente lineal. Cuando se utiliza voltaje y corriente la matriz se llama la matriz de transmisión de voltaje – corriente. Cuando se utilizan las amplitudes de onda incidente y reflejado, se llama la matriz de transmisión de amplitud de onda.

Para simplificar las cosas veamos la conexión en cascada de circuitos de 2-puertos. Pero la formulación se puede extender para cubrir cascadas de N-puertos. La matriz de transmisión es muy útil en el análisis de estructuras infinitas periódicas tales como los circuitos de onda lenta en tubos de ondas progresivas y aceleradores lineales.

El diagrama representa una juntura de dos puertas con voltajes y corrientes de entrada y salida como $V_1 I_1, V_2 I_2$ respectivamente. Si se escogen V_2, I_2 como las variables independientes y la juntura es lineal, las variables dependientes V_1, I_1 están relacionados linealmente a V_2, I_2 . Entonces podemos escribir:

$$\begin{aligned} V_1 &= AV_2 + BI_2 \\ I_1 &= CV_2 + DI_2 \end{aligned} \tag{1}$$

A, *B*, *C*, *D* son constantes que caracterizan la juntura. Nótese que la dirección positiva de corriente es siempre a la derecha. Esto se hace de manera que la corriente de salida de una juntura sea la corriente de entrada de la juntura que sigue etc. en una cascada. La matriz es:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{2}$$

La relación entre la matriz de transmisión de voltaje-corriente y la matriz de impedancia se puede determinar escribiendo las siguientes ecuaciones como la ecuación (1).

$$\begin{aligned} V_1 &= I_1 Z_{11} - I_2 Z_{12} \\ V_2 &= I_1 Z_{21} - I_2 Z_{22} \end{aligned} \tag{3}$$

que se puede resolver como

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}/Z_{12} & \left(Z_{11} Z_{22} - Z_{12}^2\right)/Z_{12} \\ 1/Z_{12} & Z_{22}/Z_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Los parámetros *A*, *B*, *C*, *D* de la juntura se identifican rápidamente en términos de Z_{ij} de esta relación. El determinante de la matriz de transmisión es

$$AD - BC = 1 \tag{5}$$

para una juntura recíproca como se puede determina de la ecuación (4). Para una conexión en cascada como se muestra abajo

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} \tag{6}$$

entonces

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_1 A_2 + B_1 C_2 & A_1 B_2 + B_1 D_2 \\ C_1 A_2 + D_1 C_2 & C_1 B_2 + D_1 D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{7}$$

Se ve que las entidades se consiguen fácilmente en términos de los valores de salida al multiplicar las matrices juntas. La relación Voltaje/Corriente en la salida se determina de la impedancia de la carga.